

MODEL ZATLAČOVANÉHO HŘEBÍKU

MODEL OF DRIVEN NAIL

Petr Frantík¹

Abstrakt

Článek pojednává o dynamickém nelineárním modelu hřebíku zatlačovaného do dřeva a studii závislosti výsledku simulace na rychlosti zatlačování. Chování modelu je znázorněno pomocí bazénů přitažlivosti.

Klíčová slova

hřebík, vzpěr prutu, plasticita, bazény přitažlivosti, nelineární dynamický systém

Abstract

The paper is focused on a nonlinear dynamical model of a nail driven into a wood and on a study of dependency of results on speed of driving. Behavior of the model is illustrated by basin boundaries.

Keywords

nail, beam buckling, plasticity, basin boundaries, nonlinear dynamical system

1 Úvod

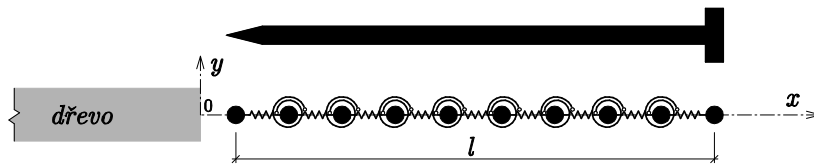
Tento příspěvek je inspirován jedním z témat, které nadnesl profesor Ján Ravinger na své přednášce [1]. Konkrétně se věnuje závislosti výsledku zatlučení ocelového hřebíku do dřeva na rychlosti zatlučení. Hypotézou byla vyšší úspěšnost zatlučení při zvýšení rychlosti. Cílem tedy bylo pomocí vhodného modelu specifikovat tuto závislost.

Zatlučení hřebíku do dřeva je ovlivněno mnoha dílčími podmínkami: druhem dřeva, jeho místní strukturou, fyzikálním stavem, vlhkostí, mocností, orientací jeho vláken. Vlastnostmi hřebíku: jeho tvaru, špičatosti, druhem materiálu a jeho stavu, hladkostí, přítomností maziva, tvarem a úpravou jeho hlavičky. Dále rovněž vlastnostmi kladiva: jeho hmotností, tvarem a úpravou kontaktní plochy a v neposlední řadě jeho vedením lidskou rukou.

2 Model

Z důvodu mnohotvárnosti úlohy je model předem zjednodušen odstraněním kladiva i podrobnějšího modelu dřeva. Samotný hřebík je modelován jako štíhlý ocelový prut množinou hmotných bodů, spojených lineárními translačními pružinami a nelineárními rotačními pružinami, viz obr. 1 (obecný model prutu a jeho vlastnosti jsou podrobně popsány v příspěvku [2]). Rotační pružiny jsou uvažovány jako ideálně pružno-plastické, dané svou tuhostí a mezním plastickým momentem M_p umožňující rovněž hysterézní závislost při střídavém ohybovém namáhání.

¹ Ing. Petr Frantík, Ph.D., Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, e-mail: kitnarf@centrum.cz



Obr. 1: Hřebík a jeho model

Kladivo je vzato pouze svým účinkem, který udržuje předem danou rychlost hlavičky v_h hřebíku posouvané ve směru kolmém na přilehlou plochu dřevěného prvku, (proti směru osy x). Dřevo je uvažováno pouze svým působením na hmotné body hřebíku a to pomocí dvou sil. Silou F_x působící v ose zatlačování hřebíku, odpovídající odporu špičky hřebíku a tření na jeho plášti a silou F_y působící kolmo na osu zatlačování, mající funkci odporu dřeva vůči příčnému posunutí hřebíku ve dřevě:

$$\begin{aligned} F_x &= -\text{sign}(v_x) \cdot c_t \cdot F_t, \\ F_y &= k_w \cdot y, \quad |y| < y_w, \end{aligned} \quad (1)$$

kde v_x je složka rychlosti hmotného bodu ve směru osy x , c_t koeficient zohledňující špičku hřebíku a délku jeho pláště náležejícímu danému hmotnému bodu, F_t je třecí síla na jednotkovou délku pláště, k_w tuhost náhradního bloku dřeva náležejícímu danému hmotnému bodu, y je svislá souřadnice hmotného bodu a parametr y_w omezuje působení svislé síly pouze na určitou oblast.

Jedinou okrajovou podmínkou je zamezení změny vodorovné složky rychlosti jediného hmotného bodu na hlavičce hřebíku: $v_x = v_h$.

Popsaný model lze interpretovat spíše jako zatlačování hřebíku do předvrtaného otvoru ve dřevě pomocí tuhé kluzné desky působící pouze na hlavičku hřebíku. Úloha je díky tomu značně zjednodušena a omezuje se pouze na čtyři parametry modelu dřeva (c_t , F_t , k_w , y_w), čtyři parametry modelu hřebíku (hmotnost hmotného bodu m , tuhost translační pružiny k_l , tuhost rotační pružiny k_ϕ , mezního plastického momentu M_p) a na jeden parametr zatěžování v_h . Přidejme ještě další parametr κ_a popisující zakřivení hřebíku při jeho nulové napjatosti. Tento parametr mající význam křivosti je úměrný úhlu rotační pružiny při její nulové napjatosti. Je-li hřebík dokonale přímý, má tento parametr nulovou hodnotu. Platí výrazy:

$$\frac{1}{R} = \kappa_a, \quad \varphi_a = \frac{dl}{R}, \quad dl = \frac{l}{n}, \quad m = A\rho \cdot dl, \quad k_l = \frac{EA}{dl}, \quad k_\phi = \frac{EI}{dl}, \quad (2)$$

kde R je poloměr křivosti hřebíku v nenapjatém stavu, φ_a je úhel nenapjaté rotační pružiny, dl délka translační pružiny, l délka hřebíku, n je počet dílků, na něž je hřebík ekvidistantně rozdělen, E modul pružnosti materiálu hřebíku, A plocha průřezu dřívku hřebíku a je I moment setrvačnosti průřezu dřívku.

3 Simulace

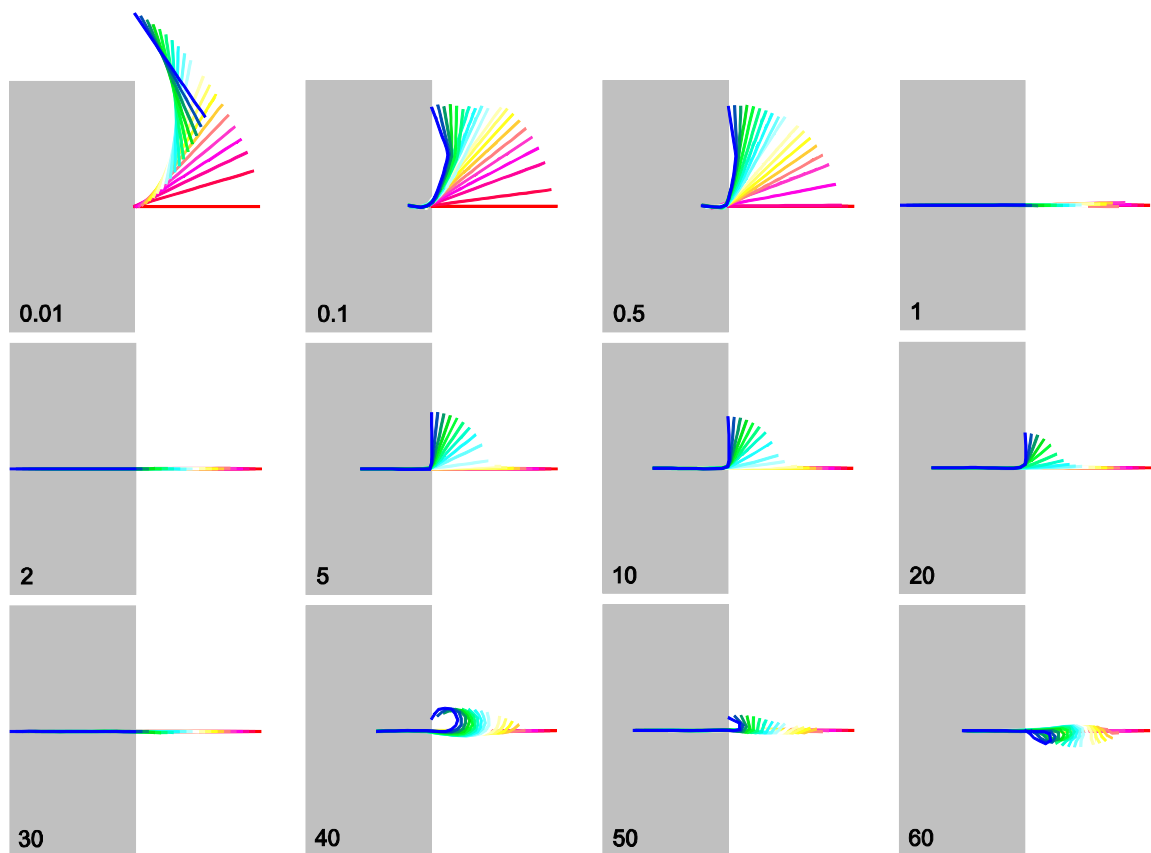
Pro výpočet byl zvolen hřebík délky 6 cm, kruhového průřezu o průměru 2 mm s uvažovaným modulem pružnosti 210 GPa, mezním napětím při zplastizování 200 MPa, objemovou hmotností 7850 kg/m³. Tyto hodnoty dávají: $EA = 659000$ N, $EI = 0.1649$ Nm², $M_p = 0.2667$ Nm a hmotnost přibližně 24.7 g. Hřebík byl rozdělen na

20 dílků. Tomuto dělení odpovídá délka segmentu $dl = 3$ mm, translační tuhost $k_t = 219.9$ MN/m a rotační tuhost $k_\varphi = 54.98$ Nm/rad. Parametry dřeva byly nastaveny metodou pokus-omyl tak, aby chování modelu nevybočovalo z očekávaných mezí: $F_t = 10$ N, $c_t = 0.25$ pro hmotný bod na špičce hřebíku a s jednotkovou hodnotou na ostatních bodech, $k_w = 50$ kN/m, $y_w = 1$ cm.

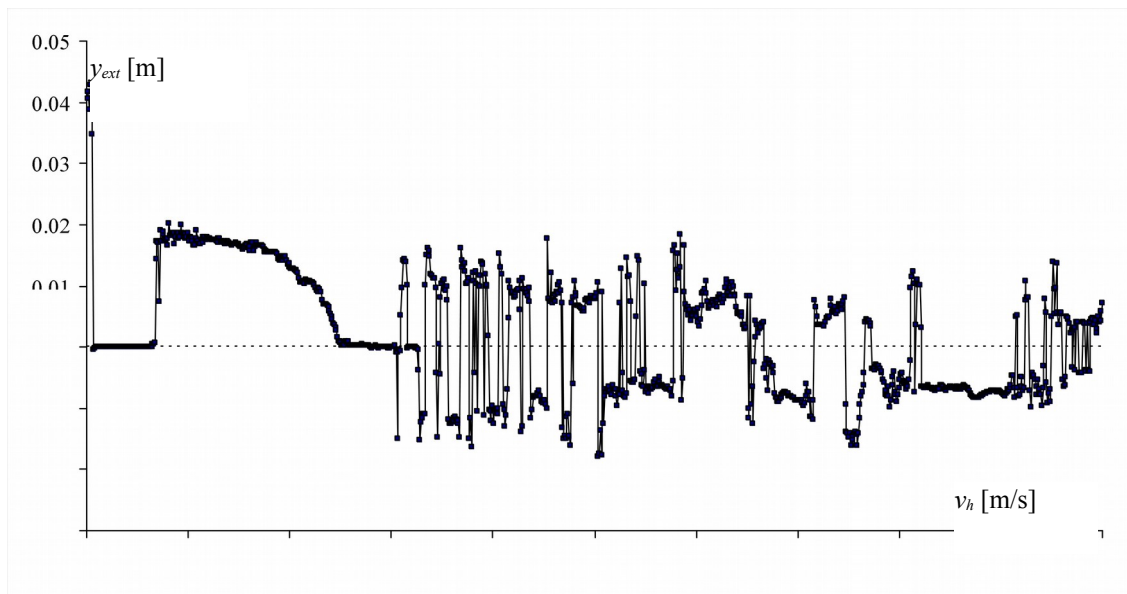
Takto vzniklý dynamický systém je řešen Symplektickou Eulerovou metodou, viz [3], s krokem $h = 0.5$ mikrosekund (10^{-6} sekundy).

Proměnlivým parametrem je rychlost zatlačování v_h , uvažovaná v intervalu 0.1 až 100 m/s a parametr křivosti κ_a , uvažovaný v intervalu 0 až $0.001/l$ rad/m. Pro představu uveďme, že rychlosti nastřelovaných hřebíků dosahují údajně až 400 m/s [4].

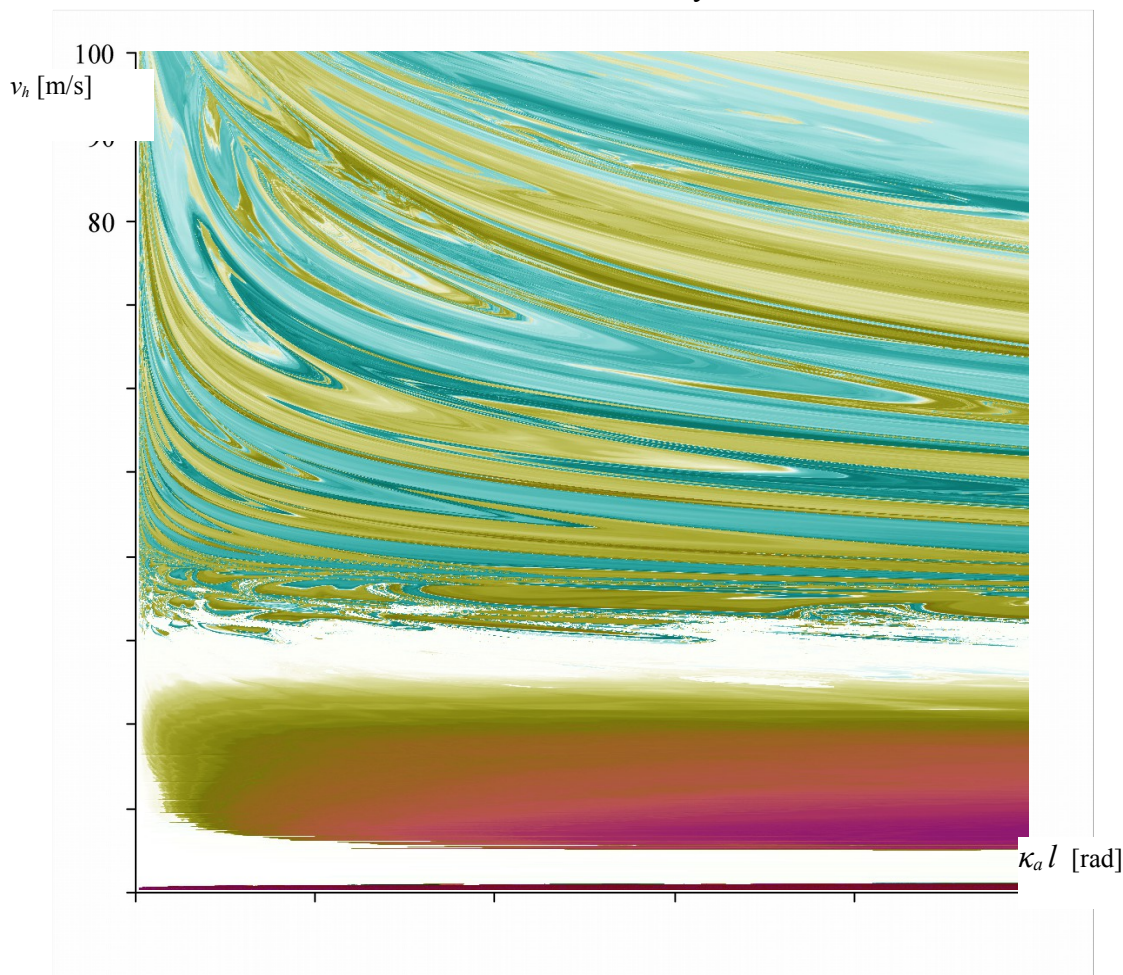
Simulace pro jednu dvojici řídicích parametrů probíhá následovně: Hřebík je umístěn v přímém tvaru tak, že se špičkou dotýká dřeva. Následně je tlačěn svou hlavičkou (mající konstantní rychlost v_h) proti dřevu, přičemž se zároveň mírně ohýbá v důsledku nastavené křivosti κ_a . Výpočet je ukončen v okamžiku, kdy se hlavička posune na úroveň dřeva. Zaznamenávána je extrémní příčná deformace hřebíku y_{ext} , viz obr. 2 a 3.



Obr. 2: Vybrané kinogramy pro parametr křivosti $\kappa_a l = 0.0001$ rad v závislosti na rychlosti zatlačování (uvedené číslem v metrech za sekundu)



Obr. 3: Extrém příčné deformace hřebíku y_{ext} pro 1024 simulací s parametrem křivosti $\kappa_a l = 0.0001$ rad v závislosti na rychlosti zatlačování.



Obr. 4: Výsledné bazény přitažlivosti. Barvy znázorňují velikost a znaménko příčné deformace y_{ext} . Bílá barva znamená hřebík bez ohnutí, do červena ohnutí směrem nahoru, do modro-zelena ohnutí směrem dolů.

Z uvedených výsledků jsou patrné dvě souvislé oblasti úspěšného zatlačení hřebíku v rozsazích rychlosti $v_h = 0.6$ až 6.4 m/s a dále 25 až 30 m/s.

Na obrázku 4 jsou znázorněny bazény přitažlivosti pro oba řídicí parametry. Každý pixel v obrázku představuje jednu úplnou simulaci zatlačování hřebíku (celkem přes milion simulací). Barva vyjadřuje extrém příčné deformace hřebíku a jeho znaménko. Bílá barva odpovídá hřebíku bez výrazné deformace, barva do červena hřebíku ohnutém směrem nahoru, barva do modro-zelena znamená deformaci směrem dolů.

4 Závěr

Článek se věnoval modelování a numerické simulaci zatlačovaného hřebíku s ohledem na závislost výsledku zatlačování na jeho rychlosti. Použitý model, ačkoliv značně zjednodušující daný problém, vykazuje silně nelineární chování odpovídající představám o reálné odezvě hřebíku při zatloukání.

Zvýšení rychlosti zatlačování skutečně může mít stabilizační efekt, jak je patrné ze dvou bílých oblastí na obr. 4. Další zvyšování rychlosti zatlačování (nad 30 m/s) vede k nepředvídatelnému chování, které se na obr. 4 projevuje fraktální strukturou.

Upozorníme na fakt, že uvedené výsledky jsou značně ovlivněny zejména zjednodušením kontaktu hlavičky hřebíku a kladiva, jelikož je zde dovolen pohyb v příčném směru, mající příznivý efekt na nenáročnost modelu (milion simulací za několik hodin sériového výpočtu). Ve skutečnosti má však tento kontakt stabilizační efekt, mající zřejmě za výsledek rozšíření oblastí stability přímého tvaru hřebíku.

Poděkování

Tento příspěvek vznikl za finanční podpory Grantové agentury České republiky, projekt GAČR 14-17997S, a projektu LO1408 AdMaS UP – Pokročilé materiály, konstrukce a technologie, podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky v rámci Národního programu udržitelnosti I.

Literatura

- [1] RAVINGER, J. *Nelineárne problémy teórie konštrukcií*. Přednáška na Fakultě stavební, VUT v Brně, 19. února 2015.
- [2] FRANTÍK, P. Diskrétní model FyDiK2D, konference *Modelování v mechanice 2009*, VŠB-TU Ostrava, Česká republika, květen 2009, 10 stran.
- [3] HAIRER, E. *Symplectic integrators*, online lectures, dostupné na adrese: http://www.unige.ch/~hairer/poly_geoint/week2.pdf, TU München.
- [4] GUTHRIE, K. *Nail Gun Injuries*, LITFL online medical blog, dostupné na adrese <http://lifeinthefastlane.com/nail-gun-injuries/>