VÝZNAM VLASTNÍCH FREKVENCÍ PRO LOKALIZACI POŠKOZENÍ KONZOLOVÉHO NOSNÍKU

Ing. Petr FRANTÍK, Ph.D., Ing. David LEHKÝ, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, tel.: 5 4114 7376, e-mail: frantik.p@fce.vutbr.cz, lehky.d@fce.vutbr.cz,

Abstrakt

V článku je prezentován výsledek numerické studie vlivu místního snížení ohybové tuhosti konzolového nosníku na míru změny jeho vlastních frekvencí. Studie zohledňuje i význam velikosti poškození. Pro výpočet modálních vlastností konstrukce je vyvíjena odlišná metodika od úlohy o vlastních číslech, aby bylo možné řešit i nelineární problémy.

1. ÚVOD

V odvětví mostního inženýrství se v souvislosti s údržbou mostů a zjišťování jejich životnosti instalují rozsáhlé monitorovací systémy. S jejich pomocí je získávána dynamická odezva konstrukce ve formě časových řad (zrychlení, rychlosti apod.). Z nich bývají následně stanoveny tzv. modální vlastnosti (vlastní tvary a jim odpovídající vlastní frekvence), tlumící charakteristiky a v případě znalosti referenčního stavu také srovnávací kritéria MAC, FRAC, COMAC (viz např. Pirner, 2003). Snahou odborníků je využití takto získaných informací z odezvy konstrukce pro lokalizaci poškození a následné stanovení zbytkové životnosti. Předpokládá se, že lokální poškození konstrukce se projeví změnou výše zmíněných parametrů. Porovnáním s neporušeným stavem lze poté zpětně detekovat místa porušení. Uvedený postup spadá do oblasti pokročilého nedestruktivního testování.

Pro lokalizaci poškození konstrukce se v současnosti nejčastěji využívá tzv. *model updating method* (Teughels a kol., 2002, Huth a kol., 2005). Zde se jednotlivé neznámé parametry modelu (tuhosti) iterativně nastavují tak, aby se minimalizoval rozdíl mezi experimentálními a numericky získanými daty, přičemž se bere v potaz citlivost jednotlivých parametrů na celkovou odezvu konstrukce. Cílem výzkumu je vytvoření jiné alternativní metodiky, která je založená na využití prostředků umělé inteligence. Výzkum tím navazuje na téma identifikace parametrů materiálových modelů pomocí umělých neuronových sítí (Lehký, 2006).

Příspěvek zachycuje problematiku počáteční fáze vývoje metodiky, tedy volbu a vytvoření numerických prostředků pro modelování dynamického chování konstrukce a vypracování studie významu vlastních frekvencí pro lokalizaci poškození konzolového nosníku. Vlastní frekvence jsou vlastností konstrukce a tedy nezávisí na konkrétním zatížení. K jejich získání je možné použít data naměřená při běžném provozu.

Dílčím cílem práce je rovněž přiblížení výpočetního postupu k experimentálnímu získávání dynamických vlastností konstrukce. Modální vlastnosti jsou vypočteny z kmitání modelu konstrukce, která je zatížena silovým impulzem. Nevýhodou tohoto postupu je relativně větší složitost výpočtu. Výhodou je univerzálnost modelu – lze řešit i nelineární kmitání.

2. MODEL

Pro výpočet kmitání konzolového nosníku je užit model vzniklý diskretizací kontinua pomocí metody tuhých dílců. Konzolový nosník je rozdělen na tuhé dílce spojené klouby s rotačními pružinami, které vystihují pružné ohybové přetváření nosníku, viz obr. 1.



Obr. 1 Konzolový nosník a jeho model v deformovaném stavu

Model umožňuje efektivní řešení nestacionárního nelineárního kmitání a výhledově jej lze využít i pro identifikaci poškození nelineárně se chovajících konstrukcí.

Pohybové rovnice modelu, podrobně odvozené v práci (Frantík, 2004), lze psát ve tvaru:

$$\mathbf{M} \frac{d}{dt} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}^2 - \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{C} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{F},$$

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\omega},$$
(1)

kde φ je vektor pootočení tuhých dílců, ω je vektor úhlových rychlostí tuhých dílců, **M** je matice momentů setrvačnosti, **Q** je matice zohledňující velká přemístění dílců, **K** je matice tuhosti rotačních pružin, **C** je matice koeficientů útlumu, **F** je vektor zatížení osamělou silou na volném konci a *t* je čas (podrobněji viz Frantík, 2004).

Pro účely identifikace poškození nosníku má důležitý význam zejména matice tuhosti \mathbf{K} , protože lokální poškození je v modelu reprezentováno snížením tuhosti rotační pružiny. Matice \mathbf{K} je třídiagonální a její tvar je následující:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2k_1 + k_2 & -k_2 & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & \\ & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -k_{n-2} & k_{n-2} + k_{n-1} & -k_{n-1} \\ & & & & -k_{n-1} & k_n \end{bmatrix},$$
(2)

přičemž k_i jsou tuhosti rotačních pružin, kde k_l je tuhost pružiny u vetknutí a n je počet tuhých dílců, jimiž je konzola modelována (zároveň odpovídá i počtu pružin). Pružina s tuhostí k_i má pootočení dané rozdílem $\varphi_i - \varphi_{i-1}$ s výjimkou první pružiny, která má pootočení $2\varphi_1$ (zohledněné dvojnásobkem v matici **K**). Pro zachování souvislosti mezi modelem a reálnou konstrukcí budeme užívat místo změny tuhosti pružiny k_i změnu ohybové tuhosti EI_i dílce, viz kapitola 3, pro které platí $k=EI/L_d$, kde L_d je délka dílce.

Chování modelu bylo podrobeno srovnání s teoretickými hodnotami. Pro vlastní frekvence kmitání konzolového nosníku konstantního průřezu, za předpokladu zanedbání vlivu přetvárné práce posouvajících sil a rotační setrvačnosti (Bernoulliova-Eulerova teorie, viz Brepta a kol., 1994), platí:

$$f_m = \frac{\lambda_m^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}, \quad \cos \lambda_m \cdot \cosh \lambda_m = -1, \tag{3}$$

kde λ_m je řešení uvedené funkce, přičemž *m* je číslo (pořadí) vlastního tvaru s příslušnou vlastní frekvencí f_m . Je-li $\lambda_m < \lambda_{m+1}$, pak $f_m < f_{m+1}$ pro každé celé *m*.

Na obr. 2 je vidět srovnání vypočtených vlastních frekvencí modelu o 20 dílcích s hodnotami stanovenými dle vztahu (3), přičemž první vlastní frekvence má odchylku pouze 0.6% (není v grafu patrné). Poznamenejme, že Bernoulliova-Eulerova teorie je přibližným řešením, viz Brepta a kol. (1994).



Obr. 2 Graf srovnání teoretických a numerických hodnot vlastních frekvencí

Postup výpočtu modálních vlastností je následující: Nosník je zatížen silovým impulzem, přičemž se zaznamenávají časové řady kmitání (výchylky a rychlosti). Takto získané časové řady jsou pak zpracovány pomocí rychlé Fourierovy transformace (FFT). Z této transformace lze poté snadno získat vlastní frekvence a odpovídající vlastní tvary. Nevýhodou tohoto přístupu může být poněkud zdlouhavější a složitější postup získání modálních vlastností než v případě tradičního řešení úlohy o vlastních číslech. Výhodou však je univerzálnost modelu, možnost aplikace na nelineární problémy a výše zmíněná podobnost s experimentem, a tím i jednodušší porozumění experimentálním výsledkům a potížím s jejich zpracováním.

3. PARAMETRICKÁ STUDIE

Pro studii významu vlastních frekvencí na lokalizaci poškození byl zvolen jednoduchý konzolový nosník konstantního průřezu. Výběr byl ovlivněn předpokladem pozdějšího vlastního experimentálního měření, existencí analytického řešení a nesymetrií prvku (na rozdíl např. od prostého nosníku). Symetrické prvky mají symetrické a antimetrické vlastní tvary, což způsobuje nejednoznačnost identifikace poškození. Cílem studie bylo zjistit, které vlastní frekvence jsou ovlivněny změnou tuhosti v určitém místě na nosníku. Tato informace je důležitým vodítkem pro budoucí inverzní analýzu. Poznamenejme, že získávání vlastních frekvencí (zejména těch vyšších) z experimentálního měření není triviální záležitostí a nese s sebou celou řadu problémů. Pro účely studie bylo pracováno s prvními šesti vlastními frekvencemi. Poměr první a šesté vlastní frekvence je přibližně 1:250.

Pro účely studie byl konzolový nosník rozdělen na 20 dílců a na každém dílci definována ohybová tuhost EI (tedy EI_1 až EI_{20}). Protože nás zajímají pouze relativní změny frekvencí ve vztahu k relativním změnám tuhostí, byla počáteční tuhost uvažována jako jednotková, stejně tak i další parametry nosníku (hmotnost *m*, délka nosníku *l*). Poškození nosníku v daném místě bylo modelováno snížením ohybové tuhosti dílce na 0,95–0,05 nominální hodnoty. Výpočet se provedl opakovaně pro poškození ve všech dílcích s tím, že poškozen byl vždy právě jeden dílec. Zmíněný rozsah poškození byl zkoumán z důvodu schopnosti inverzní analýzy detekovat poškození na základě pouhé změny vlastních frekvencí. Jak vyplývá z níže uvedených výsledků, "malé" poškození způsobuje pouze jejich zanedbatelnou změnu.

Na následujících obrázcích je zachycen průběh relativní změny vlastní frekvence f_1 (obr. 3), f_2 (obr. 4) a f_3 (obr. 5) v závislosti na velikosti poškození a jeho poloze. Z obrázků je zřejmé, že změny frekvencí kopírují vlastní tvary nosníku a polohy jejich maximálních hodnot odpovídají polohám amplitud daných vlastních tvarů. Dále je vidět, že výraznější změna vlastních frekvencí (10% a více) se objeví až v případě výraznějšího poškození (30% nominální tuhosti). Poškození v místě uzlu vlastního tvaru se nijak neprojeví na změně odpovídající vlastní frekvence. Z toho vyplývá nutnost použití většího počtu frekvencí pro inverzní analýzu, kdy je absence změny u jedné vlastní frekvence kompenzována změnou u jiných vlastních frekvencí.



Obr. 3: Relativní změna frekvence f_1 při různých úrovních tuhosti v jednotlivých poškozených dílcích



Obr. 4: Relativní změna frekvence f_2 při různých úrovních tuhosti v jednotlivých poškozených dílcích



Obr. 5: Relativní změna frekvence f_3 při různých úrovních tuhosti v jednotlivých poškozených dílcích

Na obr. 6 je znázorněno rozložení maximální relativní změny vlastních frekvencí (uvažováno je prvních šest vlastních frekvencí). Odstínem šedé je odlišena frekvence, která k danému maximu přísluší. Nejmenší relativní změna při velkém poškození (10 % počáteční tuhosti) je dle očekávání na volném konci konzolového nosníku (9 %). Další nízká hodnota při tomto poškození se nachází na dílcích 8 a 9 (18 % a 17 %) na přechodu mezi amplitudou prvního a druhého vlastního tvaru. Naopak, například pátý dílec, kde se nachází uzel druhého vlastního tvaru. Vykazuje maximální změnu frekvence 28 % díky prvnímu vlastnímu tvaru.



Obr. 6: Maximální hodnoty relativních změn frekvencí (použito prvních 6 frekvencí) a určení vlastních frekvencí, které přísluší danému maximu (dle odstínu šedé v legendě)

Relativní změny vyšších frekvencí nejsou tak výrazné jako u prvních dvou frekvencí, jejich hodnoty však nabývají na významu směrem k volnému konci konzolového nosníku, kde význam prvních dvou frekvencí klesá. Bez vyšších frekvencí by pak byla identifikace poškození v těchto částech obtížná.

4. ZÁVĚR

Cílem příspěvku bylo prezentovat výsledky počáteční fáze výzkumu zaměřeného na vytvoření metodiky pro lokalizaci poškození dynamicky namáhaných konstrukcí s využitím prostředků metod umělé inteligence.

Studie relativních změn frekvencí konzolového nosníku, který byl podroben lokalizovanému poškození ukázala, jaký vliv má velikost a poloha daného poškození na modální vlastnosti. Překvapujícím je zhoršení možnosti zachycení poškození přibližně ve 2/5 délky nosníku (měřeno od vetknutého konce, viz obr. 6).

Další práce bude zaměřena na využití změn vlastních tvarů, protože změny frekvencí jsou významné až při relativně velkém poškození nosníku, což je všeobecně známo.

5. PODĚKOVÁNÍ

Tento výsledek byl získán za finančního přispění MŠMT, projekt 1M6840770001, v rámci činnosti výzkumného centra CIDEAS. Při řešení byly částečně využity teoretické výsledky dosažené v projektu GAČR 103/04/2092.

6. LITERATURA

[1] BREPTA, R., PŮST, L., TUREK, F., 1994: Mechanické kmitání, Technický průvodce 71, nakladatelství Sobotáles, Praha.

[2] FRANTÍK, P., 2004: Nelineární projevy mechanických konstrukcí, disertační práce, FAST, VUT v Brně, 148 s.

[3] HUTH, O., FELTRIN, G., MAECK, J., KILIC, N., MOTAVALLI, M., 2005: Damage identification using modal data: Experiences on a prestressed concrete bridge, Journal of Structural Engineering, ASCE, 131:12, 1898-1910.

[4] LEHKÝ, D., 2006: Inverzní stochastická analýza betonových konstrukcí, disertační práce, FAST, VUT v Brně, 136 s.

[5] PIRNER, M., FISHER, O., 2003: Identifikace změn v konstrukci s použitím dynamické zkoušky, sborník konference DYN-WIND 2003 (Proceedings of the 2nd International Conference on Dynamics of Civil Engineering and Transport Structures and Wind Engineering), Tále, Slovensko, 26-29.

[6] TEUGHELS, A., MAECK, J., De ROECK, G., 2002: FEM updating of a reinforced concrete beam using damage function, International Conference on Structural Dynamics Modelling, Madeira, Portugal.